

Subiectul I

Pentru ce numere reale y , ecuația $x^2 + x + y^2 - 24 = 0$ are soluții reale? Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația $x^2 + x + y^2 - 24 = 0$.

Subiectul II

Fie $a, b, c \in \mathbb{R}, a < b < c$ și $3a + 2c = 5b$. Arătați că:

a) $b - a = \frac{2(c-a)}{5}$;

b) numerele a, b, c sunt printre termenii unei progresii aritmetice.

Subiectul III

Fie ABC un triunghi și punctele $M, N \in (BC)$ astfel încât:

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{AC} \quad \text{și} \quad \overrightarrow{AN} = \frac{5}{12} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{7}{12} \cdot \overrightarrow{AC}$$

Arătați că $NC^2 = BM^2 + MN^2$

- Timp de lucru: 2 ore
- Toate problemele sunt obligatorii
- Fiecare problemă rezolvată corect este notată cu 7 puncte.

Profesor propunător: Chiciudean Nastasia

Colegiul Național "Liviu Rebreanu" Bistrița