ONGM - Etapa I

Rezolvați testul; scrieți rezolvările/calculele necesare cu pix sau stilou pe hârtie albă - pe o singură parte, iar după ce ați trimis testul cu răspunsurile bifate faceți poze la rezolvările scrise și le încărcați.

Adresa dvs. de e-mail va fi înregistrată când trimiteți acest formular.

sas.monica@excelentabn.ro nu este adresa dvs.? Schimbați contul.

5 puncte

1. Se consideră permutarea $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$. Cea mai mică valoare a lui $n \in \mathbb{N}^*$, astfel încât $\sigma^n = e$ este:

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

- A
- B
- C
- D

5 puncte

2. Se consideră mulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} | a_{ij} \in \mathbb{Z}, i, j = \overline{1,2} \right\}$.

Numărul elementelor mulțimii M, știind că $a_{ij} = 0$ dacă $i = j$ și că $|a_{ij}| \leq 1$, dacă $i \neq j$ este:

A. 9 **B.** 8 **C.** 16 **D.** 4

- A
- B
- C
- D

10 puncte

3. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.

Atunci $2 \cdot {}^tA + 3 \cdot B$ este:

A. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 13 \\ 5 & 6 & -13 \end{pmatrix}$ **B.** $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 13 & 5 \\ 6 & -13 \end{pmatrix}$ **C.** $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 5 & 13 \\ -13 & 6 \end{pmatrix}$ **D.** $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- A
- B
- C
- D

5 puncte

4. Fie ε una dintre rădăcinile cubice complexe ale unității și matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & \varepsilon \\ 0 & \varepsilon^2 \end{pmatrix}$.

Determinați matricea $B = I_2 + A + A^2 + A^3 + \cdots + A^{99}$.

A. $\begin{pmatrix} 102 & 33 + 66\varepsilon \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **B.** $\begin{pmatrix} 98 & 66 + 33\varepsilon \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ **C.** $\begin{pmatrix} 100 & 33 + 66\varepsilon \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **D.** $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

- A
- B
- C
- D

5 puncte

5. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Atunci $A^n (n \in \mathbb{N}^*)$ este:

A. $\begin{pmatrix} 1 & n & \frac{n(n+1)}{2} \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **B.** $\begin{pmatrix} n & 1 & \frac{n(n-1)}{2} \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **C.** $\begin{pmatrix} 1 & n & \frac{n(n-1)}{2} \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **D.** $\begin{pmatrix} -1 & n & \frac{n(n-1)}{2} \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- A
- B
- C
- D

5 puncte

6. Fie $a \in \mathbb{R}$. Se consideră determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} 2a+1 & a+1 & 3a \\ 2a-1 & a-2 & 2a-1 \\ 3a & 2a & 4a-1 \end{vmatrix}$

Atunci:

A. $\Delta = (a-1)(a+1)^2$ **B.** $\Delta = (a-1)^2(a+1)$ **C.** $\Delta = (a-1)(a+1)$ **D.** $\Delta = (a-1)^2$

- A
- B
- C
- D

5 puncte

7. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & x \\ 0 & x & -1 \\ m & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $m \in \mathbb{R}$. Valoarea lui m pentru care matricea A este inversabilă pentru orice $x \in \mathbb{R}$ este:

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ **B.** $m \in (1; +\infty)$ **C.** $m \in \mathbb{R}$ **D.** $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$

- A
- B
- C
- D

5 puncte

8. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^n - 3^n - 4 \cdot 5^n}{3^n + 2 \cdot 5^n}$ este egală cu:

A. -1 **B.** -2 **C.** 1 **D.** 0

- A
- B
- C
- D

5 puncte

9. Se consideră șirul $(a_n)_{n\geq1}$, având termenul general $a_n = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \cdots + \frac{n}{3^n}$.

Calculând $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ se obține:

A. $\frac{3}{4}$ **B.** $\frac{1}{4}$ **C.** 0 **D.** -1

- A
- B
- C
- D

5 puncte

10. Fie $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$ și șirul $(x_n)_{n\geq1}$, având termenul general $x_n = \frac{n^2}{an+b} - \frac{n}{2}$.

Determinați a și b astfel încât $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{1}{4}$.

A. $a = 1$ și $b = -1$ **B.** $a = 2$ și $b = -1$ **C.** $a = -1$ și $b = 2$ **D.** $a = -1$ și $b = -1$

- A
- B
- C
- D

Niciun punct

11. Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq1}$, având termenul general $x_n = \frac{1}{n^3+1} + \frac{4}{n^3+2} + \frac{9}{n^3+3} + \cdots + \frac{n^2}{n^3+n}$.

Calculând $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ se obține:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** 0 **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** 1

- A
- B
- C
- D

5 puncte

12. Valoarea limitei $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k+\sqrt{k^2-1}}}$ este:

A. $\sqrt{2}$ **B.** 0 **C.** 1 **D.** $-\sqrt{2}$

- A
- B
- C
- D

5 puncte

13. Fie $k > 0$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \left(2 \cdot \sqrt[n]{k} - 1\right)^n$ este egală cu:

A. e **B.** k^2 **C.** k **D.** 0

- A
- B
- C
- D

5 puncte

14. Șirul $(a_n)_{n\geq1}$ este o progresie aritmetică cu $a_1 > 0$ și de rație 1. Construim șirul $(b_n)_{n\geq1}$, cu $b_n = \frac{a_1 \cdot a_2^2 + a_1 \cdot a_2 \cdot a_3^2 + \cdots + a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_{n-1} a_n^2}{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \ldots \cdot a_{n+1}}$.

Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} b_n$ este:

A. -1 **B.** 0 **C.** 1 **D.** $+\infty$

- A
- B
- C
- D

5 puncte

15. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\ln n} \cdot \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k \cdot \sqrt[k]{k}}$ este:

A. -1 **B.** $-\infty$ **C.** $+\infty$ **D.** 1

- A
- B
- C
- D

5 puncte

16. Fie $x_1 = 1, x_{n+1} = \sqrt{x_n^2 + \frac{n^2}{n+1}}$, pentru $n \geq 1$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}{n^3}$ este:

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** 0 **D.** 1

- A
- B
- C
- D

Problemele **17** și **18** se referă la următorul enunț:

Se consideră șirul $(a_n)_{n\geq1}$, cu $a_n = \left(2^{1+\frac{1}{n}} - 1\right)^n$, pentru orice n număr natural nenul.

5 puncte

17. Stabiliți care dintre afirmațiile următoare este adevărată:

A. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 1$ **B.** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 2$ **C.** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ **D.** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 4$

- A
- B
- C
- D

5 puncte

18. Stabiliți care dintre afirmațiile următoare este adevărată:

A. $(a_n)_{n\geq1}$ este convergent **B.** $(a_n)_{n\geq1}$ este divergent

C. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty$ **D.** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = -\infty$

- A
- B
- C
- D

5 puncte

19. Fie $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $A \cdot B = \begin{pmatrix} 2013 & 1 \\ 2014 & 1 \end{pmatrix}$.

Atunci avem:

A. $BA - (BA)^{-1} = 2014 \cdot I_2$ **B.** $BA - (BA)^{-1} = 2013 \cdot I_2$

C. $BA - (BA)^{-1} = I_2$ **D.** $BA - (BA)^{-1} = O_2$

- A
- B
- C
- D

5 puncte

20. Matricea $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$ astfel încât $A^2 + I_3 = A$, este:

A. Nu există **B.** $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

C. $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ **D.** $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- A
- B
- C
- D

Trimiteți